

AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ONLINE: BIBLIOTECA INTERATIVA OU LIVRO DIDÁTICO DINÂMICO?¹

Aparecida Santana de Souza Chiari (UNESP – campus Rio Claro – cidach@gmail.com)

Marcelo de Carvalho Borba (UNESP – campus Rio claro – mborba@rc.unesp.br)

Grupo Temático 6. *Educação e tecnologias: formação e atuação de educadores/profissionais*

Subgrupo 6.4 *Uso de tecnologias, processos formativos coletivos e aprendizagens institucionais*

Resumo:

Este artigo tem o objetivo de discutir o papel transformador da internet em uma disciplina de Álgebra Linear realizada a distância. O trabalho faz parte de uma pesquisa mais ampla, em desenvolvimento, que busca analisar o papel das tecnologias digitais na referida disciplina em algumas Licenciaturas em Matemática à distância. Trata-se de uma pesquisa qualitativa. Para este texto, foram utilizados dados produzidos a partir de observações virtuais no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) utilizado no curso. Dialogamos com autores que discutem o papel do AVA em cursos à distância e também com outros que debatem noções como comunicação e interação. Os resultados apontam que a internet “transformou” o AVA em material didático, uma vez que as interações entre professor e alunos, que ficam automaticamente registradas no ambiente, serviram de fonte de estudo para outros alunos. Elaboramos durante o texto a noção de biblioteca interativa para nos referir a situações como essa.

Palavras-chave: AVA. UAB. Álgebra Linear.

Abstract:

The aim of this article is to discuss the changing of role of the internet in a Linear Algebra course that was not made face to face. The work is part of a broader research project, under development, which aims to analyze the role of digital technologies in this discipline in some Distance Undergraduate Mathematics courses. This is a qualitative research. We used data produced from virtual observations in the Virtual Learning Environment (VLE) used in the course. We dialogue with authors that discuss the role of the AVA in distance learning courses and also debating with others that write about notions such as communication and interaction. The results indicate that the Internet has “transformed” the VLE in courseware, since the interactions between teacher and students, who are automatically registered in the environment, were a source of study for other students. We elaborate during the text the notion of interactive library to refer to situations like this.

Keywords: VLE. UAB. Linear Algebra.

1. Introdução

¹ Trabalho desenvolvido com apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP.

Há mais de dez anos, Litwin (2001) já afirmava que as experiências significativas com modelos de aprendizagem a distância vinham quebrando os olhares suspeitos sob os quais eram inicialmente observados. A autora afirmava que, naquela época, egressos de universidades como a Fern Universität alemã, a Open University britânica e a Universidade Aberta venezuelana competiam em todo o mundo pelos postos de trabalho do mesmo modo que os egressos das universidades convencionais. Com o advento da internet, autores como Borba (2009) e Borba e Linhares (2012) mostram que a modalidade ganha novas camadas e abre-se o leque de possibilidades, em particular com a facilidade que hoje temos de produzir e compartilhar material digital. Para referenciar a EaD praticada com presença de internet, Borba, Malheiros e Amaral (2011) utilizam a expressão EaD online, termo que também utilizaremos neste texto com o mesmo objetivo.

No Brasil, algumas iniciativas governamentais na área de EaD foram desenvolvidas. Muitos devem se lembrar, por exemplo, do Telecurso 2000, que buscou promover acesso ao ensino fundamental e médio para uma parcela da população que ainda não possuía este nível de formação por meio de aulas transmitidas na televisão e material escrito complementar. Mais detalhes de diferentes versões deste curso podem ser encontrados em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Telecurso>>². Atualmente, uma iniciativa nessa área que merece destaque, entre outros motivos, por sua abrangência, é a Universidade Aberta do Brasil (UAB). A UAB é um sistema formado 1) pelo governo federal, representado pela CAPES, 2) Instituições de Ensino Superior (IES), estaduais ou federais, mas em sua maioria federais, e 3) governos municipais e estaduais. Cada uma destas entidades têm suas atribuições. Por exemplo, à CAPES cabe o financiamento e a avaliação dos cursos. Às IES cabe o oferecimento e gerenciamento deles e aos governos estaduais e municipais cabe o oferecimento de infraestrutura para alocar polos de apoio presencial, que são lugares frequentados pelos alunos do curso para realizar diversas atividades, como avaliações, monitorias, entre outros.

Boa parte das vagas oferecidas pela UAB é para cursos de Licenciatura, entre eles, a Licenciatura em Matemática. As Licenciaturas em Matemática da UAB constituem o universo de investigação do E-licm@t, projeto coordenado pelo professor Marcelo Borba³ e do qual participam alguns membros do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, GPIMEM. Há teses, dissertações e pesquisas em nível de iniciação científica sendo desenvolvidas junto ao E-licm@t, com focos específicos.

O objetivo principal do projeto é compreender como as tecnologias digitais, em particular a internet, estão sendo utilizadas nesses cursos. Uma das teses desenvolvidas junto ao projeto procura investigar o papel das tecnologias digitais nas disciplinas de Álgebra Linear de alguns destes cursos. O presente texto faz parte da tese mencionada neste parágrafo, que, por sua vez, está inserida no projeto mais amplo, o E-licm@t. Aqui no texto, especificamente, temos o objetivo de discutir como a internet pode transformar práticas usuais desta modalidade de ensino a partir de dados produzidos durante observações em Ambientes Virtuais de Aprendizagem de disciplinas de Álgebra Linear. Em particular, pretendemos discutir a noção que aqui vamos chamar de “biblioteca interativa”.

Para tanto, organizamos o texto em cinco seções. Após a introdução, trazemos alguns resultados de pesquisa da área de EaD online, com foco em Educação Matemática, para situar o leitor em relação ao que já foi produzido na área. É possível encontrar artigos,

² Último acesso em 05 jul. 2014.

³ O projeto é financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, sob processos de números 304915/2011-4 e 471758/2012-4.

discussões e rascunhos de artigos sobre o E-licm@t em http://www.rc.unesp.br/gpimem/artigos_e-licmat.php e http://www.rc.unesp.br/gpimem/dissertacoes_e-licmat.php. Na seção seguinte, discutiremos um pouco o papel dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) em cursos à distância, em particular nos cursos oferecidos pela UAB. Em seguida, apresentamos elementos que constituem a metodologia da tese que originou a escrita deste texto. Por fim, apresentamos a noção de “biblioteca dinâmica” ou “biblioteca interativa”. Esta noção foi construída a partir da discussão coletiva do GPIMEM, quando observamos que atividades desenvolvidas por nós em relações síncronas, ou mesmo assíncronas, desde o início dos cursos oferecidos pelo grupo (BORBA, 2002), eram utilizadas de forma assíncrona pelos participantes de uma forma que se assemelhava à forma como consultam um livro didático, ou uma biblioteca. Terminamos o texto com algumas considerações, apontando para novos desafios que deverão ser abordados na tese em desenvolvimento e no E-licm@t, de maneira mais geral.

2. Educação Matemática online e Formação de Professores

Antes de iniciarmos a discussão sobre EaD online com foco em Educação Matemática, tema que poderíamos chamar de Educação Matemática online, gostaríamos de fazer algumas considerações sobre a formação de professores online, de maneira geral, uma vez que nossa pesquisa investiga cursos de Licenciatura.

Kenski (2013), por exemplo, faz uma discussão sobre novos desafios da EaD atual para a formação de professores. É importante observar aqui que a modalidade em si já apresenta especificidades próprias. Por exemplo, a autora mostra que a própria definição legal, via decreto, sinaliza para alguns elementos que garantem as especificidades da EaD:

- a utilização das tecnologias de informação e comunicação para a realização da mediação didático-pedagógica;
- o fato de professores e alunos estarem em lugares e/ou tempos diversos;
- a peculiaridade da organização metodológica, da gestão e da avaliação em cursos a distância (KENSKI, 2013, p. 110).

Assim, se a própria modalidade já apresenta suas especificidades, como ficaria a questão da formação de professores via EaD? Sobre isso, Kenski (2013) discute a “Formação de professores para EaD” e a “Formação de professores pela EaD”, sendo este último tema o de nosso principal interesse. Sobre ele, a autora afirma que se organizados em redes, professores-alunos e alunos-professores podem “refletir, discutir, interagir uns com os outros e criar novas formas de procedimentos pedagógicos que os auxiliem na prática profissional” (KENSKI, 2013, p. 117), independente da modalidade que venham a atuar. Parece que há um consenso entre pesquisadores em EaD de que a interação é peça-chave. Silva (2000) e Valente (2010), inclusive, discutem modelos de interação e apontam que modelos em que a comunicação acontece em várias direções, sem hierarquia, são modelos mais propensos a estimular a aprendizagem se a concepção de aprendizagem estiver ancorada na noção de que o aluno também é agente de sua própria aprendizagem.

Em particular sobre a formação online de professores de Matemática, Borba e Linhares (2012) afirmam que esta é uma área de pesquisa emergente dentro do contexto da Educação Matemática. Nesta área mais específica, a interação também é considerada uma peça-chave (ZULATTO, 2007), entretanto, além do contexto da modalidade, é preciso levar em consideração o contexto da disciplina que os licenciandos irão estudar e futuramente

ministrar, disciplina essa que também possui suas dificuldades e especificidades próprias. Por exemplo, em Matemática, a visualização se torna elemento importante, já que as diferentes representações de objetos matemáticos passam pela representação geométrica, muitas vezes de suma importância para o entendimento de determinado conceito. Questões mais específicas sobre o papel da visualização no contexto da Educação Matemática online podem ser encontradas em Zulatto (2007). Aqui não podemos nos esquecer de que um licenciando em Matemática passa boa parte de seu curso efetivamente estudando Matemática (o que alguns autores chamam de desenvolvimento do “conhecimento específico do conteúdo”). Assim, se este curso for realizado na modalidade à distância, é importante que os elementos que a compõem, como o Ambiente Virtual de Aprendizagem, por exemplo, sejam pensados de forma a permitir que este licenciando experiencie de fato diversas atividades inerentes às atividades matemáticas, como a visualização, entre outras.

Zulatto (2007) ainda destaca outros elementos em relação à aprendizagem matemática no contexto online: a colaboração, a argumentação e a coletividade. O GPIMEM, há quatorze anos, vem investigando formas de ensinar e aprender matemática online, levando em consideração aspectos como os destacados por Zulatto (2007). Dentre diversos trabalhos produzidos no grupo sobre o tema, destaca-se o livro Borba, Malheiros e Amaral (2011) que sintetiza e amplia as questões de pesquisa investigadas pelo grupo até então. Os autores discutem práticas pedagógicas a partir de exemplos de cursos ministrados online para professores de Matemática e mostram como a Matemática se transforma com a internet, com base em exemplos que ilustram essas possibilidades em diferentes modelos de cursos.

Uma discussão matemática realizada em um chat, por exemplo, fica condicionada à própria dinâmica específica a este modo de comunicação. Em um chat, há uma tendência a ocorrer um multidiálogo (conversas realizadas simultaneamente) e se este chat não tiver suporte à simbologia matemática, a discussão sobre um conceito geométrico é qualitativamente diferente da discussão sobre o mesmo tema que ocorreria em ambiente presencial, com quadro negro e giz (SANTOS, 2006). Essa mudança precisa ser levada em consideração, a nosso ver, quando vamos “pensar” um curso nesta modalidade. O papel do aluno muda, assim como também muda o papel do professor (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011). Na próxima seção, discutiremos como vemos o papel do AVA nos cursos à distância, em particular nos cursos de Licenciatura em Matemática da UAB.

4

3. Ambientes Virtuais de Aprendizagem e UAB

A sigla AVA é constituída por três palavras: ambiente, virtual e aprendizagem. Segundo o dicionário Aurélio, uma das definições possíveis para ambiente é “aquilo que cerca ou envolve os seres vivos ou as coisas”(FERREIRA, A. B. H., 2009, p. 116). Virtual seria “que resulta de, ou constitui uma emulação, por programas de computador, de determinado objeto físico ou equipamento, de um dispositivo ou recurso, ou de certos efeitos ou comportamentos seus” (FERREIRA, A. B. H., 2009, p. 2067). A aprendizagem poderia ser entendida, como o ato tomar conhecimento (FERREIRA, 2009), no entanto, esta última noção, na área de Educação, possui diversas definições. A partir das definições separadas já se pode ter uma ideia do que são os AVA. Almeida (2003, p. 331, grifo da autora) sistematiza esta ideia caracterizando os AVAs como

[...] sistemas computacionais disponíveis na internet, destinados ao suporte de atividades mediadas pelas tecnologias de informação e comunicação. Permitem integrar múltiplas mídias, linguagens e recursos, apresentar informações de maneira organizada, desenvolver interações entre pessoas e objetos de conhecimento, elaborar e socializar produções tendo em vista atingir determinados objetivos. As atividades se desenvolvem no tempo, ritmo de trabalho e espaço em que cada participante se localiza, de acordo com uma intencionalidade explícita e um planejamento prévio denominado *design educacional*.

Em uma AVA podemos ter diferentes combinações de ferramentas que permitem, entre outras ações: comunicação por escrito e/ou por som, com ou sem compartilhamento de imagem, espaço para postagens de materiais digitais, espaço para comunicação privada entre usuários, gerenciamento de atividades pedagógicas, como aplicação de avaliações online, entre outros. Entretanto, acreditamos que mais importante do que ter um AVA com diversas ferramentas é pensar a forma como estas ferramentas serão utilizadas. Ferreira, Zampieri e Queiroz (2013), por exemplo, discutem potencialidades dos AVAs para o ensino e a aprendizagem de Matemática, com foco na comunicação e na colaboração. As autoras afirmam no trabalho que as limitações de alguns destes ambientes, que por vezes requerem que seus usuários criem simbologias para representar suas intencionalidades, não impedem que aconteça comunicação nestes espaços. Mais ainda, Borba, Malheiros e Amaral (2011) apresentam diversos exemplos nos quais ricas redes de colaboração são construídas em AVAs com diferentes recursos, com e sem compartilhamento de som e imagem. Com o avanço tecnológico, as deficiências de suporte à simbologia, apontadas antes como um dos desafios a serem superados (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011), hoje já não é mais entrave, como poderá ser visto mais a frente neste texto.

No caso da UAB, o que temos percebido até o momento, ao desenvolver o projeto E-licm@t, é que o AVA é um dos dois grandes pilares destes cursos - o outro seria o polo de apoio presencial - pois são nestes dois espaços que os alunos têm a possibilidade de interagir com outros alunos e também com tutores e professores, lembrando que já argumentamos que entendemos a interação como peça-chave desses cursos. Na grande maioria dos cursos, o AVA utilizado é o Moodle⁴. O Moodle é um AVA entendido como software livre, ou seja, qualquer pessoa pode utilizá-lo e colaborar para sua evolução. Ele tem suporte a todas as ferramentas descritas no parágrafo anterior, todavia é necessário um conhecimento mais apurado de noções de informática para implementar algumas delas, o que, pelo que temos observado, não é um problema nas instituições investigadas, já que em todas as analisadas até o momento existe um núcleo de informática que dá suporte aos cursos oferecidos.

O que parece ser o grande problema dos cursos, em maior ou menor grau, é o acesso à internet, em particular o acesso à internet de banda larga. Este problema tem condicionado as formas de comunicação que acontecem no AVA. Vários coordenadores de curso entrevistados apontam para problemas de internet quando tentam realizar web conferências (BORBA, 2013; CHIARI; BORBA, 2013). Por este motivo, grande parte das interações virtuais que acontece nos AVAs da UAB se dá via fórum, de maneira assíncrona, com comunicação via texto, muitas vezes utilizados em conjunto com imagens. É sobre este tipo de comunicação que vamos nos centrar neste artigo. Além das interfaces já citadas (fórum, sala de bate-papo, etc.), os AVAs da UAB, em geral, possuem plug-ins que suportam

⁴ Mais informações em <<https://moodle.org/>>. Acesso em 02 jun. 2006.

a simbologia matemática e os alunos podem, se aprenderem a usá-los, utilizar, por exemplo, o símbolo " \int " no lugar da palavra "integral" para compor o texto de uma dúvida a ser postada em um fórum.

4. Metodologia

A investigação que dá origem a este artigo é de cunho qualitativo. Seu objetivo é analisar o papel das tecnologias digitais em alguns cursos de Álgebra Linear da UAB. Para Goldenberg (1997), nesta modalidade de pesquisa, o pesquisador preocupa-se com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição. Em nossa proposta, estamos interessados em analisar como está sendo o uso de tecnologias digitais em disciplinas de Álgebra Linear, ou seja, o objeto de estudo é subjetivo e passível de expor sensações e opiniões, sendo, portanto, apropriada esta abordagem metodológica (GOLDENBERG, 1997). Foram também seguidos os desenvolvimentos das discussões sobre pesquisas qualitativas em ambientes virtuais, feitos por Borba, Malheiros e Amaral (2011).

Os procedimentos metodológicos do trabalho envolvem observações em AVAs, entrevistas e diário de campo. A partir da consulta ao Portal da UAB, constatamos que havia 37 instituições que ofereciam o curso em 2012. Até o momento, estabelecemos parcerias, em diferentes níveis, com 17 instituições. As instituições estão distribuídas por todas as cinco regiões do Brasil. Este é o espectro de pesquisa do E-licm@t, do qual a tese aqui descrita faz parte. Na tese, ainda em desenvolvimento, serão analisadas de três a cinco instituições, que aqui não iremos nomear para preservar suas identidades. Para este texto, estão sendo utilizados dados das observações realizadas na disciplina de Álgebra Linear de uma dessas instituições.

6

5. O papel transformador da internet

O material didático é um importante elemento quando pensamos em aprendizagem de qualquer área do conhecimento, em qualquer modalidade. No caso da modalidade a distância, os documentos oficiais ressaltam isso: em material intitulado "Referenciais de qualidade para educação superior a distância" (BRASIL, 2007), são elencados oito parâmetros para os quais o governo afirma olhar quando avalia os cursos superiores a distância: concepção de educação e currículo, sistemas de comunicação, material didático, avaliação, equipe multidisciplinar, infraestrutura de apoio, gestão acadêmico-administrativa e sustentabilidade financeira. Ou seja, o material didático é um dos oito elementos.

Usualmente, um material didático é um material de apoio ao aluno para aprender determinado tópico. Independente da modalidade, presencial ou à distância, o livro impresso talvez seja o material didático mais tradicional. Notas de aula, vídeos (disponíveis online ou não), imagens, apostilas, sites e blogs são outros exemplos. Pelo que temos notado dos cursos investigados, a maior parte deles dispõe de um conjunto destes diferentes tipos de material (os que são virtuais), que ficam disponíveis ou indicados por um link no AVA para consulta dos alunos, juntamente com outros arquivos, como listas de exercícios a serem resolvidas, plano de ensino da disciplina etc. Dependendo do grau de acesso à internet do polo de apoio presencial e dos próprios alunos, a razão entre a quantidade de material

disponível impresso e virtual muda. Aqui, a internet serve de "local" para armazenamento de material, ou seja, ela funciona como se fosse uma biblioteca virtual.

Além dos tipos já mencionados, notamos que, quando há amplo uso do AVA para sanar dúvidas de exercícios ou tópicos do conteúdo a ser estudado, a própria interação, que fica registrada no ambiente, se torna posteriormente fonte de estudo, ou seja, se torna material didático. Abaixo trazemos um quadro em que isto pode ser observado. Organizamos o quadro em duas colunas: na primeira apresentamos imagens extraídas do AVA e na segunda explicamos a imagem que se encontra na mesma linha. Tivemos o cuidado de não expor nas imagens a seguir nenhuma foto ou nome de participantes. Cada mensagem escrita por nós na segunda coluna inicia-se com um código, que será utilizado na continuação do texto para referência à mensagem em si ou à imagem associada a ela.

Quadro 1. Sequência de interações no AVA

Imagem do AVA	Explicação
<p>TEOREMA DO NÚCLEO E DA IMAGEM. Sejam $T: U \rightarrow V$ uma transformação linear e U um espaço vetorial de dimensão finita. Então</p> $\dim U = \dim N(T) + \dim \text{Im}(T)$ <p>É interessante termos uma ideia da demonstração desse teorema, pois com ela podemos resolver alguns tipos de exercícios, que apresentaremos a seguir. Vejamos, então.</p> <p>Seja $B = \{u_1, u_2, \dots, u_r\}$ uma base de $N(T)$. Essa base pode ser estendida a uma base de U, acrescentando vetores a B:</p> $C = \{u_1, u_2, \dots, u_r, v_1, v_2, \dots, v_s\}$ <p>Afirmamos que $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_s)\}$, isto é, o conjunto das imagens dos vetores acrescentados à base do núcleo, é uma base da imagem de T. Provando essa afirmação (deixaremos a prova dessa afirmação como um exercício para vocês resolverem), o teorema está demonstrado, pois observando que $\dim N(T) = r$, $\dim U = r + s$ e $\dim \text{Im}(T) = s$, temos que:</p> $\dim U = \dim N(T) + \dim \text{Im}(T).$ <p>Agora, vejamos alguns exercícios resolvidos, nos quais aplicamos o teorema do núcleo e da imagem.</p> <p>Determinar uma transformação linear:</p> <p>a) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cuja imagem seja gerada por $\{(1,2,3), (4,5,6)\}$.</p>	<p>M1: Nesta instituição acontecia uma discussão em um fórum sobre o Teorema do Núcleo e da Imagem (importante teorema de Álgebra Linear). A professora da disciplina postou alguns exercícios resolvidos na tentativa de ajudar os alunos em seus estudos. Ela, ainda, pediu para que, se aparecesse alguma dúvida, que ela fosse compartilhada para ser sanada.</p> <p>Tanto o exercício como as resoluções de cada item foram postados em formato de imagem, como pode ser observado ao lado.</p>
<p>Prof.ª [REDACTED]</p> <p>Com sua dedicação e competência, esta disciplina ficou muito mais interessante e de fácil compreensão. Parabéns!!!</p>	<p>M2: Há outras mensagens semelhantes à que está ao lado, nas quais os alunos mostram a satisfação tanto em ter postagens como esta quanto no trabalho que a professora vinha desenvolvendo na disciplina.</p>

<p>Oi, pessoal!</p> <p>Sugiro que vocês estudem, revejam esses exercícios resolvidos.</p> <p>Abraços</p>	<p>M3: A professora, então, postou a mensagem ao lado e incentivou que os alunos estudassem pelos exercícios resolvidos.</p>
<p>Estudando e revendo tudo</p> <p>Respeitosamente [REDACTED]</p> <p>Olá pró [REDACTED]</p> <p>Mensagem recebida alto e claro... revisão geral no fórum.</p> <p>Muito bem, [REDACTED]</p> <p>Estou gostando de ver, [REDACTED]</p> <p>Grande abraço</p>	<p>M4: Dois alunos afirmaram que iriam fazer uma revisão no próprio fórum e foram elogiados pela professora.</p>
<p>Tutores e colegas,</p> <p>Não consegui entender, no 4º exemplo, o $y-2x$.</p> <p>Obrigado,</p> <p>[REDACTED]</p> <p>Colega [REDACTED] assim como você também não entendi. Na minha resolução o elemento 11 e o elemento 21 da matriz resultou em y e os elementos 12 e 22 ficaram iguais a zero.</p>	<p>M5: No dia seguinte, um aluno postou uma dúvida, questionando o motivo do termo $(y-2x)$ aparecer na resolução. A segunda mensagem mostra que ele não era o único.</p> <p>O segundo aluno, inclusive, compartilhou parte de sua resolução, o que mostra que ele não apenas leu o exercício resolvido, como também tentou resolvê-lo novamente.</p> <p>Isto mostra, também, que os alunos fizeram o que a professora sugeriu e estudaram pelo fórum.</p>
<p>Olá, [REDACTED] e [REDACTED]</p> <p>Observem que x e $(y - 2x)$ são as coordenadas do vetor (x,y), em relação à base $\{(1,2),(0,1)\}$. Como foram encontrados?</p> <p>Foi feito o seguinte:</p> <p>Se (x,y) pode ser escrito como combinação linear dos vetores $(1,2)$ e $(0,1)$, então existem escalares a e b, tais que:</p> $(x,y) = a(1,2) + b(0,1) \Rightarrow (x,y) = (a,2a) + (0,b) \Rightarrow (x,y) = (a,2a + b) \Rightarrow$ $x = a \text{ e } y = 2a + b \Rightarrow a = x \text{ e } b = y - 2a \Rightarrow a = x \text{ e } b = y - 2x.$ <p>Assim, $(x,y) = x(1,2) + (y - 2x)(0,1)$.</p> <p>Vocês entenderam?</p> <p>Abraços</p>	<p>M6: A professora explicou como o elemento $(y-2x)$ foi encontrado. Em seguida ambos os alunos manifestaram que compreenderam e a agradeceram pela explicação.</p>

<p>alguém ajuda...</p> <p>d) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ tal que $N(T) = \{(1,2)\}$ e $\text{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.</p> <p>Como $N(T) = \{(1,2)\}$ e o vetor $(1,2)$ é L.I., então o conjunto $\{(1,2)\}$ é uma base de $N(T)$. Além disso, temos que $T(1,2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.</p> <p>Por outro lado, se $\text{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ e o vetor $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ é L.I., então o conjunto $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ é uma base de $\text{Im}(T)$.</p> <p>Relembrando a demonstração do Teorema do Núcleo e da Imagem podemos estender a base de $N(T)$ a uma base de \mathbb{R}^2. As imagens dos vetores que são acrescentados à base do núcleo para formar uma base de \mathbb{R}^2 formam uma base da imagem de T. Então, acrescentando por exemplo, o vetor $(0,1)$ à base do núcleo, temos que $T(0,1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Logo,</p> $T(1,2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } T(0,1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ POR QUE } (y-2x) \text{ ?????????????}$ <p>Daí, temos:</p> $(x,y) = x(1,2) + (y-2x)(0,1) \Rightarrow$ $T(x,y) = xT(1,2) + (y-2x)T(0,1) \Rightarrow$ $T(x,y) = x \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (y-2x) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$	<p>M7: Alguns dias depois, uma aluna editou uma das imagens postadas pela professora, inserindo uma pergunta em vermelho, que pode ser observada ao lado, na qual questionava o porquê de aparecer o termo $(y-2x)$ no desenvolvimento do raciocínio, ou seja, a dúvida era a mesma já questionada antes e respondida pela professora.</p>
<p>JA VIA EXPLICAÇÃO DA PRÓ [REDACTED].</p> <p>COMPREENDI ..DESCULPE TER POSTADO SEM TER LIDO ANTES!</p>	<p>M8: Quatro minutos depois, a mesma aluna postou a mensagem ao lado, sinalizando que já havia compreendido, pois encontrou a explicação que a professora havia dado anteriormente aos dois colegas.</p>

Fonte: própria autoria

Esta sequência de interações, e outras semelhantes encontradas nesta e em outras instituições analisadas, nos sinalizou algumas coisas. Em primeiro lugar, mostra que a comunicação neste curso, em particular na disciplina de Álgebra Linear, não acontece apenas na direção que vai do professor para os alunos. Neste caso, ela também acontece na direção alunos-professor (ao perguntarem sobre o termo $(y-2)$ em M5 e M7) e na direção alunos-alunos (em M5). Este é um modelo de comunicação defendido por Silva (2000), no qual a comunicação acontece em rede. Concordamos com o autor neste aspecto e acreditamos que esta forma de comunicação estimula a aprendizagem, pois coloca o aluno como um agente ativo, que busca o conhecimento a partir da mediação do professor, neste caso.

Além disso, o registro de interações serviu para que outros alunos, além dos dois que questionaram a professora inicialmente, pudessem sanar suas dúvidas e estudar. Em M3, a professora estimulou que eles estudassem pelo fórum. Em M5 surgiu uma dúvida, que foi sanada pela professora em M6. Em M7, outra aluna questionou o mesmo ponto e, antes que alguém precisasse respondê-la, ela mesma encontrou a explicação da professora em M6 e compreendeu o que estava confuso, ou seja, o registro escrito da explicação se tornou fonte de estudo para ela. Mais que isso: o material elaborado previamente pela professora não contemplava a dúvida dos dois primeiros alunos. Apenas após sua interação com eles é que

isso se tornou possível. Por estas razões, entendemos que a internet transformou a maneira como o AVA era utilizado: no lugar de apenas os materiais postados inicialmente servirem como material didático, como o livro em extensão pdf e diversas vídeo-aulas que, neste curso, estavam disponíveis, a própria interação por escrito com a professora, e registrada pelo AVA, se tornou material didático. Vale destacar que este "novo" material didático foi alimentado tanto pela professora quanto pelos próprios alunos. A este novo papel que a internet possibilitou ao AVA demos o nome de "biblioteca interativa". Nesta ideia de biblioteca interativa, não basta apenas a possibilidade proporcionada pela internet e pelos registros no AVA, apontados anteriormente, é necessário mais que isso: deve haver interação entre os participantes do curso, sejam eles alunos, tutores ou professores.

Gracias (2003), Santos(2006), Zulatto (2007), Malheiros (2008), Borba, Malheiros e Amaral (2011) e outros já haviam apontado para algumas transformações que a internet provoca no contexto da Educação, em particular da Educação Matemática. Acreditamos que a transformação do AVA em biblioteca interativa seja mais um exemplo disto. A sequência de interações aqui apresentada, a nosso ver, corrobora Almeida (2003, p. 336), que afirma que a possibilidade de acessar os fóruns “a qualquer momento e de todos os lugares com acesso à internet [...] permite refletir, apreender pensamentos e ações representados, descontextualizá-las do espaço e tempo originários, apropriar-se destas ações e contextualizá-las em outras situações”.

Nos trechos apresentados não fica claro que os alunos descontextualizaram a mensagem e a contextualizaram em outras situações. Talvez o fique à medida que a análise de dados avançar, mas é possível notar que a possibilidade de acesso futuro ao fórum permitiu sim que a aluna refletisse, apreendesse os pensamentos e ações que haviam sido representados e compreendesse a dúvida que surgiu durante o acompanhamento da resolução postada inicialmente pela professora.

6. Algumas considerações

Segundo Kenski (2013), já citada anteriormente neste artigo, os documentos oficiais sobre EaD enfatizam a utilização das tecnologias de informação e comunicação para a realização da mediação pedagógica. Sabemos, entretanto, que nem sempre o preconizado em documentos é posto em prática. O E-licm@t, iniciado em 2012, teve como um dos objetivos principais compreender como as tecnologias digitais estavam sendo utilizadas nas 37 Licenciaturas em Matemática da UAB. Além da produção de dados por meio de entrevistas presenciais e virtuais com coordenadores, o nosso projeto também valorizou a “observação participante virtual” em disciplinas destes cursos. É assim que podemos documentar, nos cursos que utilizam de fato as tecnologias digitais, a forma como estas estavam sendo utilizadas nos processos que visam a aprendizagem matemática.

O exemplo apresentado traz a voz de alunos e professores em rede, salientando um aspecto positivo de cursos à distância, de acordo com autores aqui citados. Neste movimento de comunicação em rede emerge aos olhos dos pesquisadores o fato de que a relação assíncrona ou não, mas que fica retida em um AVA, traz para pesquisadores novos aspectos. No passado já foi comentado em Borba, Malheiros e Amaral (2011) as modificações que a retenção de dados online traz para uma entrevista, por exemplo, e como um AVA pode se transformar em um “ambiente natural” para a pesquisa, assim como outros

cenários onde são desenvolvidas pesquisas qualitativas, nos quais se tenta alterar o mínimo possível com a presença do pesquisador.

No caso deste artigo, vemos que a interação em rede se torna uma espécie de livro didático ou de biblioteca. Pensamos em livro didático porque da mesma forma que um aluno consulta um livro didático, a situação aqui apresentada mostra que alguns dos alunos afirmam que iriam rever com calma, no Moodle, a discussão sobre o Teorema do Núcleo e da Imagem. Por outro lado, esse fórum – ou esse chat que é retomado – é dinâmico, visto que é possível acrescentar novas dimensões, ou mesmo novo ‘sítios’. Como, por vezes, há vários desses fóruns, em uma mesma disciplina, como é o caso do curso cujos dados aqui são apresentados, tal interação também nos evoca a noção de biblioteca. Assim, livro didático, biblioteca, interatividade e dinamicidade são substantivos que associamos ao que entendemos ser um nova construção de material didático, ou de uma biblioteca, interativa e dinâmica. Nesta conferência pretendemos apresentar os resultados parciais de nossos projetos e propor um debate sobre a terminologia para o que provisoriamente chamamos de biblioteca interativa ou de livro didático dinâmico.

Referências

ALMEIDA, M. E. B. Educação a distância na internet: abordagens e contribuições dos ambientes digitais de aprendizagem. *Educação e Pesquisa*, v. 29, n. 2, p. 327–340, 2003.

BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2002, Curitiba. *Anais...* Curitiba: SBPEM, SBEM, 2002. p. 135–146.

BORBA, M. C. Os diferentes usos de Tecnologias Digitais em EaD no Brasil. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7, 2013, Montevidéu. *Anais...* Montevidéu: Semur, 2013. p. 1–8.

BORBA, M. C. Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. *ZDM Mathematics Education*, 2009.

BORBA, M. C.; LINHARES, S. Online mathematics teacher education: overview of an emergent field of research. *ZDM Mathematics Education*, v. 44, p. 697–704, 2012.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. *Educação a Distância Online*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BRASIL. *Referenciais de qualidade para educação superior a distância*. Brasília: MEC, 2007. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/legislacao/refead1.pdf>>.

CHIARI, A. S. S.; BORBA, M. C. A disciplina de Álgebra Linear em cursos a distância: possibilidades de uso de tecnologias digitais para o ensino. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7, 2013, Montevidéu. *Anais...* Montevidéu: Semur, 2013. p. 1–8.

FERREIRA, A. B. H. *Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa*. 4. ed. Curi: Positivo, 2009.

FERREIRA, M. J. A.; ZAMPIERI, M. T.; QUEIROZ, S. M. Ambientes virtuais e suas potencialidades para o ensino e aprendizagem de matemática: comunicação e colaboração. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 2013, Montevidéu. *Anais...* Montevidéu: Semur, 2013. p. 6688–6697.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Record, 1997.

GRACIAS, T. A. *A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática*. 2003. 165 f. Tese – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2003.

KENSKI, V. M. *Tecnologias e tempo docente*. Campinas: Papyrus, 2013.

LITWIN, E. *Educação a distância: temas para o debate de uma nova agenda educativa*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

MALHEIROS, A. P. S. *Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem*. 2008. Tese – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2008.

SANTOS, S. C. *A Produção Matemática em uma ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial*. 2006. Dissertação – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2006.

SILVA, M. *Sala de aula interativa*. Rio de Janeiro: Quartet, 2000.

VALENTE, J. A. O papel da interação e as diferentes abordagens pedagógicas de Educação a Distância. In: MILL, D.; PIMENTEL, N. M. (Org.). *Educação a distância: desafios contemporâneos*. São Carlos: EdUFSCar, 2010. p. 25–42.

ZULATTO, R. B. A. *A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores*. 2007. Tese – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2007.